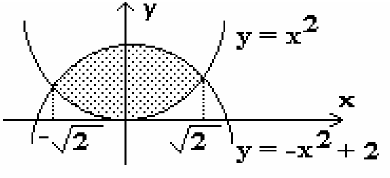
Izvodi iz knjiga

Izvod iz knjige Matematika ④ - metodička zbirka rešenih zadataka za IV razred srednje škole

8. Izračunati površinu ograničenu linijama $y = x^2$ i $y = -x^2 + 4$.

Rešenje:



Ove dve linije geometrijski predstavljaju parabole. Potrebno je skicirati sliku i odrediti granice integrala.

Granice integrala se lako određuju rešavanjem sistema jednačina koje predstavljaju linije.

$y = x^2$ i $y = -x^2 + 4 \Rightarrow x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x^2 + x^2 = 4 \Rightarrow$

$2x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ .Granice integrala su $\sqrt{2}$ i - $\sqrt{2}$. Površina se određuje oduzimanjem manje površine od veće, a one se dobijaju **rešavanjem određenih integrala.**

$$P = P_1 - P_2 = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (-x^2 + 4)dx -$$

Izvodi iz knjiga

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} x^2 dx = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (-\mathrm{x}^2 + 4 - \mathrm{x}^2)\mathrm{dx} =$$

$$= \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (4 - 2\mathrm{x}^2)\mathrm{dx} = 2\int_{0}^{\sqrt{2}} (4 - 2\mathrm{x}^2)\mathrm{dx} =$$

$$4\int_{0}^{\sqrt{2}} (2 - \mathrm{x}^2)\mathrm{dx} =$$

$$= 4 \cdot \left(2\mathrm{x} - \frac{\mathrm{x}^3}{3}\right)\Big|_{0}^{\sqrt{2}} = 4 \cdot \frac{6\mathrm{x} - \mathrm{x}^3}{3}\Big|_{0}^{\sqrt{2}} =$$

$$4 \cdot \frac{6\sqrt{2} - (\sqrt{2})^3}{3} = \frac{4 \cdot (6\sqrt{2} - 2\sqrt{2})}{3} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{2}}{3} =$$

$$\frac{16\sqrt{2}}{3}, \ \mathbf{P} = \frac{\mathbf{16\sqrt{2}}}{\mathbf{3}}.$$